

## Diseño de los modelos de simulación en alta velocidad



*Instituto de Investigación  
Tecnológica.*

*Universidad Pontificia de Comillas*

# Monografías **ElecRail** /10

Diseño de los modelos de simulación en alta velocidad

Instituto de Investigación Tecnológica. Universidad Pontificia de Comillas



Con la subvención del Centro de Estudios y experimentación de Obras Públicas (Ministerio de Fomento), número de proyecto PT-2007-038-20IAPM.

© Alberto García Álvarez

© De esta edición, Grupo Gestor del Proyecto ElecRail, 2010

ISBN: 978-84-940054-4-2

Depósito Legal: M-12063-2012



---

# ÍNDICE

ÍNDICE .....	3
1. OBJETO Y FINALIDAD DEL DOCUMENTO .....	4
2. MODELOS DE DISEÑO DE CONDUCCIÓN ÓPTIMA .....	5
2.1. Datos de entrada y salida.....	5
2.1.1 Datos de la vía.....	5
2.1.2 Planta .....	6
2.1.3 Datos del tren. ....	7
2.1.4 Resultado.....	9
2.2. Ecuaciones del movimiento en función del modo de funcionamiento.....	10
2.2.1 Simulación por paso discreto.....	10
2.2.2 Simulación por eventos discretos.....	14
2.3. Ecuaciones energéticas .....	15
2.4. Modo de simulación con consignas de conducción manual .....	17
2.4.1 Parámetros generales de conducción manual .....	18
3. TIPOS DE CONSIGNA A EJECUTAR POR EL MAQUINISTA.....	20
4. PARÁMETROS DEL MODELO DE GENERACIÓN DE CONDUCCIÓN ECONÓMICA..	22
4.1. Parámetros operativos .....	22
4.2. Parámetros de búsqueda .....	22
4.3. Procedimiento .....	23
5. MODELOS DE DISEÑO DE HORARIOS .....	25
5.1. Modelo matemático de reparto óptimo de colchones en tramos.....	25
5.2. Datos de entrada del modelo .....	28
5.3. Salida del modelo .....	29
LISTA DE TABLAS Y FIGURAS .....	30

# 1. OBJETO Y FINALIDAD DEL DOCUMENTO

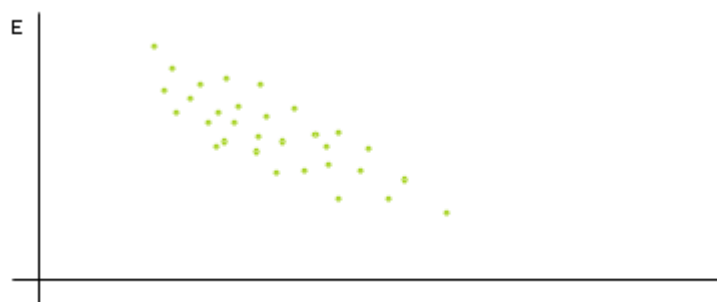
En este documento se especifican las características del diseño de los modelos a desarrollar para la mejora de la eficiencia energética en líneas de alta velocidad. Estos trabajos se realizarán dentro del proyecto ElecRail; Análisis sistemático del consumo de energía en líneas ferroviarias metropolitanas, de cercanías y de alta velocidad, con valoración del impacto energético y del resultado económico, incluyendo el desarrollo de modelos y simuladores parametrizables.

Los modelos que se desarrollarán para líneas de alta velocidad cumplirán funciones bien diferenciadas; el diseño de la conducción óptima y el diseño de horarios.

## 1. Modelos para el diseño de la conducción óptima.

Estos modelos estarán basados en simulación. Mediante esta técnica se generarán conducciones alternativas entre dos paradas consecutivas, cada una de las cuales quedará caracterizada por su tiempo de recorrido y consumo energético asociado. Al representar un gran número de estos pares de valores en unos ejes tiempo consumo, el resultado será una nube de puntos como la de la Figura 1. Esto permitirá seleccionar, una vez establecido el horario a cumplir por un determinado trayecto, la conducción con el mínimo consumo energético asociado.

Figura 1. Nube de puntos tiempo-consumo.



Fuente: Instituto de Investigación Tecnológica

## 2. Modelos para el diseño de horarios.

El objetivo de estos modelos es el diseño de horarios comerciales. El punto de partida para la elaboración de dicho horario será la *marcha mínima*, es decir, el mínimo tiempo en el que un determinado tren es capaz de cubrir un determinado trayecto respetando todas las restricciones relacionadas con el problema (motor, velocidades máximas, etc.), y con sus porcentajes de tracción y freno máximos, es decir, el tren acelerará y frenará lo más rápido que le sea posible.

A esta *marcha mínima* se le añadirán colchones de tiempo adicionales para recuperación de retrasos, atendiendo tanto a requisitos de eficiencia energética como de puntualidad.

Los modelos emplearán información obtenida del sistema de alimentación que se modelará en la fase 2 del proyecto ElecRail. Por ejemplo, los parámetros que determinan el porcentaje de aprovechamiento de la energía que regenera el tren durante el proceso de frenado se extraerán de dicho modelo.

---

## 2. MODELOS DE DISEÑO DE CONDUCCIÓN ÓPTIMA

Se realizará un estudio del estado del arte en relación a los modelos de conducción manual, profundizando en aquellos destinados a la conducción manual eficiente.

El punto de partida para la obtención de la marcha óptima a lo largo de un trayecto determinado es la *marcha mínima* asociada. A ese tiempo mínimo se le debe añadir un colchón de tiempo con el fin de cubrir cualquier posible contingencia y así garantizar un nivel de puntualidad establecido. La suma de la marcha mínima y el colchón total dan como resultado el tiempo de recorrido comercial total.

Una vez establecido ese tiempo de recorrido comercial total, se trata de diseñar consignas de conducción que permitan que la marcha obtenida cumpla con el tiempo de recorrido y además sea aquella que proporcione el mínimo consumo energético.

---

### 2.1. Datos de entrada y salida.

El modelo de simulación se servirá de los siguientes datos de entrada para poder realizar los cálculos:

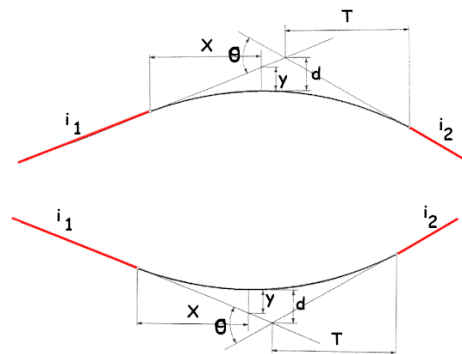
---

#### 2.1.1 Datos de la vía

Caracterizarán la vía por la cual el tren realizará el recorrido a estudiar. Son los siguientes:

- **Puntos de Control:** se incluirá una lista con los nombres y puntos kilométricos de los puntos de control del trayecto, así como una indicación que informe si existe parada en ellos.
- **Perfil:** se determinarán los diferentes valores de pendiente o rampa de la vía a lo largo de su recorrido. Se modelarán también las transiciones entre pendientes mediante curvas parabólicas definidas con su parámetro "Kv". En general, la función utilizada para definir la curva de transición entre dos pendientes se puede aproximar por una curva parabólica modelada con la ecuación  $x^2/(2 \cdot Kv)$ . El parámetro Kv se puede aproximar por  $L/\theta$ , siendo L la longitud de la curva de transición, y  $\theta$  el valor absoluto de la diferencia entre las dos pendientes en los extremos ( $i_1, i_2$ , Figura 2).

Figura 2. Transiciones entre pendientes



Fuente: Instituto de Investigación Tecnológica

Si la información de los Kvs no está disponible, el algoritmo de cálculo considerará las transiciones como vértices.

## 2.1.2 Planta

Se definirá el recorrido en planta, distinguiendo en tramos de recta, curva o clotoide, especificando el radio para el caso de curva, y el parámetro para el caso de clotoide, que cumple la siguiente expresión:  $R = \frac{A^2}{L}$ , siendo R el radio de curvatura en el punto calculado, A el parámetro de la clotoide, y L la longitud parcial de la misma.

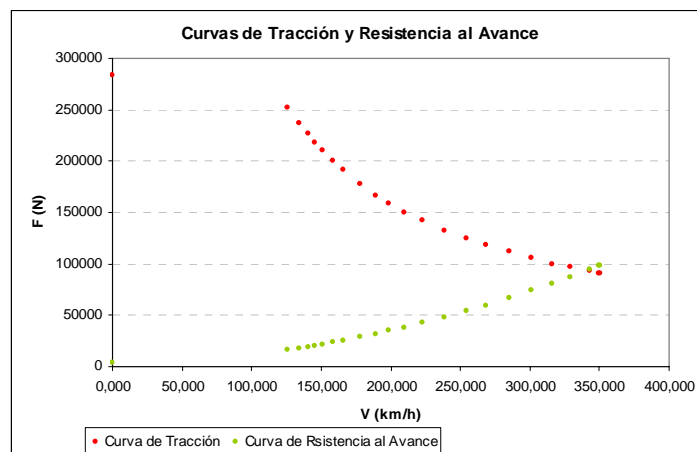
- **Túneles:** se definirá la posición de inicio y fin de cada túnel del recorrido, y su factor correspondiente, tal que la componente cuadrática de la resistencia al avance se verá incrementada por dicho factor.
- **Límites de velocidad permanentes:** se trata de límites de velocidad que no pueden ser rebasados, bien por características de diseño de la vía, o bien por proximidad a núcleos urbanos. Deben estar definidos a lo largo de todo el trayecto a simular, ya que el tren debe conocer en todo punto del recorrido su consigna de velocidad máxima.
- **Límites de velocidad temporales:** son límites de velocidad que se definen de manera provisional y se añaden a los ya existentes permanentes. Tienen carácter temporal, y se usan, por ejemplo, cuando se realizan obras en las inmediaciones de un tramo de vías. Dado que éstos son adicionales a los permanentes, podrán estar definidos en uno o varios tramos del recorrido, e incluso en su totalidad, no siendo ésta la situación general. En un tramo donde exista un límite temporal y otro permanente, prevalecerá el límite más restrictivo.
- **Anchos de vía:** se especificará si el ancho de vía es el UIC (1.435 mm) o el ibérico (1.668 mm), así como la localización de estaciones de cambio de ancho.
- **Zonas neutras:** se especificarán los tramos de línea que no dispongan de suministro eléctrico.

### 2.1.3 Datos del tren.

Caracterizarán el tren que realizará el trayecto anteriormente descrito. La información que se introducirá será la siguiente:

- **Capacidad y rendimiento del equipo de tracción:** se modelará en detalle el comportamiento del equipo de tracción, y en concreto sus esfuerzos máximos en función de la velocidad. Dicha información se mostrará en formato de lista, indicando, para cada velocidad, la fuerza máxima de tracción que el tren es capaz de suministrar. Sirva de ejemplo la Figura 3, donde se muestran las curvas de tracción y resistencia al avance de un tren ejemplo.

Figura 3. Curvas de tracción y resistencia al avance.



Fuente: Instituto de Investigación Tecnológica

- **Curva de frenado eléctrico en función de la velocidad:** dicha curva caracterizará la capacidad de frenado eléctrico que el tren es capaz de dar en función de su velocidad en cada instante.
- **Consumo energético:** se modelará el consumo energético en función de los distintos modos de funcionamiento del motor mediante el modelado de los rendimientos.
- **Consumo de los equipos auxiliares:** se incluirá un parámetro que indique si el tren puede alimentar sus equipos auxiliares a través del frenado regenerativo.
- **Resistencias al avance:** el simulador implementará un modelo apropiado para calcular en todo momento la resistencia al avance en función de la velocidad y posición del tren, incluyendo las resistencias propias del tren circulando en llano (aerodinámicas, rozamientos, etc.) y las asociadas al trazado (pendientes y curvatura de la vía). Dicha función se modelará como una expresión cuadrática de la velocidad de la forma que indica la siguiente ecuación:

$F_a = a \cdot v^2 + b \cdot v + c$ , siendo  $F_a$  la resistencia al avance,  $v$  la velocidad del tren en ese momento, y  $a$ ,  $b$  y  $c$  parámetros configurables, que permanecerán constantes a lo largo de toda la simulación.

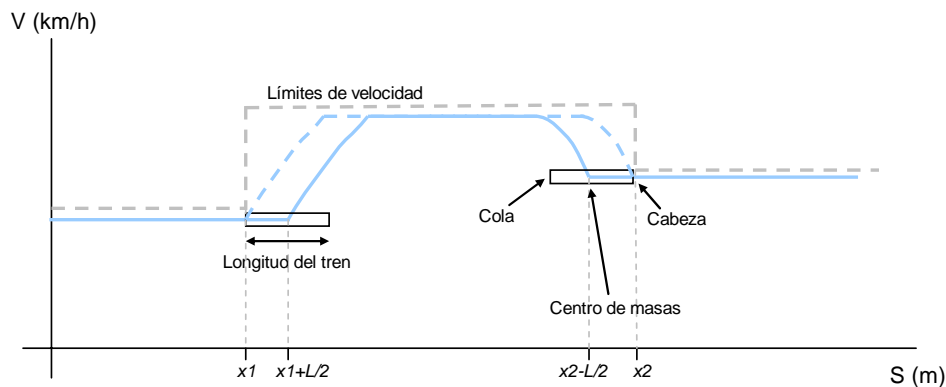
- **Masa y longitud:** se modelará el tren como una masa distribuida uniformemente a lo largo de su longitud. La consideración de la longitud del tren tendrá repercusión en los cambios de consignas de velocidad, así como en el cálculo de la pendiente media:

Respecto a los primeros, el tren al completo debe cumplir las restricciones de velocidad, desde la cabeza hasta la cola.

Respecto a la pendiente, el valor de la misma será diferente al considerar un tren de longitud determinada con una pendiente media durante esa longitud, en lugar de considerar al tren como una masa puntual y por lo tanto un valor de pendiente puntual.

En aumentos de restricción de velocidad, hasta que no pase la cola del tren por dicho aumento, éste no podrá comenzar a acelerar. Así mismo, en las reducciones de velocidad, será la cabeza del tren la que deberá llegar a la reducción con la velocidad adecuada, como puede observarse en la Figura 4.

Figura 4. Consideración de la longitud del tren.



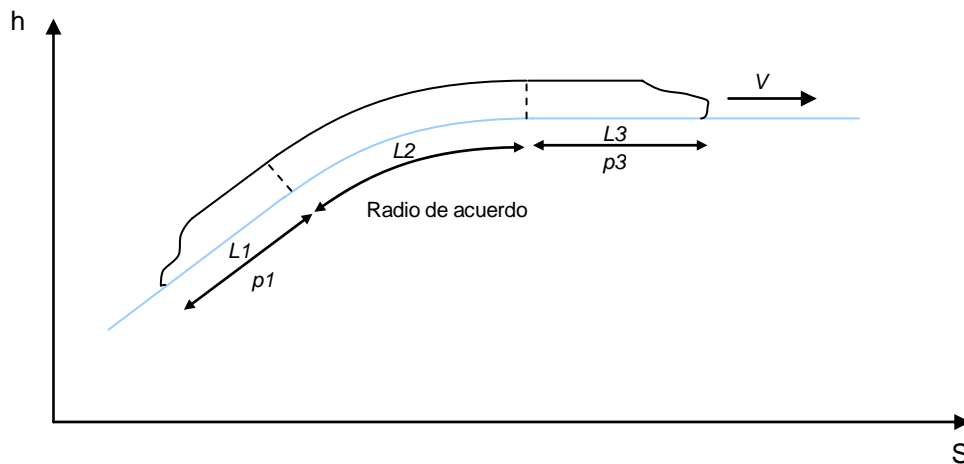
Fuente: Instituto de Investigación Tecnológica

Como es el centro de masas el punto que se toma para localizar al tren dentro de la simulación, cuando éste va circulando y se encuentra con un aumento de la restricción de velocidad máxima en el punto  $x_1$ , en realidad el tren no podrá comenzar a acelerar hasta el punto  $x_1 + L/2$ , siendo  $L$  la longitud del tren. De la misma manera, cuando se encuentra con una disminución del límite de velocidad máxima en el punto  $x_2$ , se debe garantizar que la cabeza del tren llegue a ese punto con la velocidad adecuada, de manera que el centro de masas del tren deberá alcanzar dicha reducción de velocidad antes que  $x_2$ , en el punto  $x_2 - L/2$ .

Para el cálculo de la pendiente, se tomará un valor medio del tramo sobre el cual esté el tren en cada momento. En el caso más complejo, el tren se encontrará sobre tres tramos diferentes, ver Figura 5. El primero y el tercero serán de pendiente constante  $p_1$  y  $p_3$ , de longitudes  $L_1$  y  $L_3$  respectivamente, y el intermedio de pendiente variable, de longitud  $L_2$ , y que forma el tramo de acuerdo entre las dos pendientes adyacentes.



Figura 5. Consideración de la pendiente media.



Fuente: Instituto de Investigación Tecnológica

Según la Figura 5, la pendiente media  $p_m$  se calculará mediante la siguiente expresión:

$$p_m = \frac{L_1 \cdot p_1 + \sum_{i=0}^{L_2} L_i \cdot p_i + L_3 \cdot p_3}{L_1 + L_2 + L_3},$$

siendo el término de la sumatoria la contribución a la pendiente media del tramo de radio de acuerdo de longitud  $L_2$ , que como se observa se aproximará mediante la suma de subtramos de pendiente constante y longitud tan pequeña como se quiera. Para el propósito de este simulador, dichos tramos serán de longitud  $L_i = 1m$ , de tal forma que la expresión anterior queda de la siguiente manera:

$$p_m = \frac{L_1 \cdot p_1 + L_2 \cdot \sum_{i=0}^{L_2} p_i + L_3 \cdot p_3}{L_1 + L_2 + L_3}$$

Los  $p_i$  se calcularán teniendo en cuenta la expresión parabólica del radio de acuerdo definida anteriormente,  $x^2/(2 \cdot Kv)$ .

La pendiente media se calcula en cada paso de simulación, de manera que en el siguiente, en el caso de simulación por paso constante de espacio de 1m, la longitud del primer tramo de pendiente  $p_1$  no será  $L_1$ , sino  $L_1 - 1$ ,  $L_2$  no variará, y el tramo de pendiente  $p_3$  tendrá una longitud de  $L_3 + 1$ , aplicándose de nuevo la expresión de la pendiente media.

- **Acumuladores, sincronización con otros trenes, Sogeneración:** será posible la simulación teniendo en cuenta acumuladores de energía a lo largo de la línea o embarcados en el propio tren.

## 2.1.4 Resultado

El resultado de la simulación será un listado de los puntos más significativos del trayecto, con la siguiente información:

- Punto kilométrico.
- Velocidad máxima permitida.
- Hora de salida. En el caso de paradas también indicará hora de llegada.

- Velocidad real al paso del tren por dicho punto.
- Aceleración.
- Fuerza.
- Pendiente.
- Consumo acumulado.
- Potencia.
- Energía devuelta a la red.
- Potencia devuelta a la red.

En la parada final, en lugar de la hora de salida, se indicará la hora de llegada.

---

## 2.2. Ecuaciones del movimiento en función del modo de funcionamiento.

---

El simulador podrá funcionar en dos modos diferentes; simulación por paso discreto, y simulación por eventos discretos.

En la simulación por paso discreto, de un punto de cálculo al siguiente se pasa avanzando el paso de simulación, que puede ser en espacio o en tiempo, y recalculando todas las variables de estado en el paso siguiente, lo que posibilitará avanzar un nuevo paso de simulación, y continuar así de forma iterativa hasta el final del proceso.

En cambio, en la simulación por eventos discretos, la simulación pasa de un punto a otro cuando se produce un evento, esto es, cuando se produce un cambio de alguna variable de estado que hace que se modifiquen las variables de cálculo. En el nuevo estado se calculan dichas variables, y se avanza a un nuevo estado generado por otro evento, así sucesivamente hasta el fin de la simulación. Este tipo de simulación requiere menos puntos de cálculo intermedios, con lo que se gana en rapidez de cálculo, lo cual es importante en un simulador de estas características. Por otro lado, al calcular en menos puntos, se pierde parte del detalle de la simulación.

Por estos dos motivos, se diseñará un simulador capaz de intercambiar de un modo de simulación a otro, haciéndolo por paso discreto en los tramos donde el tren experimenta variación de velocidad, donde es importante el detalle, y simulando por eventos discretos en los tramos donde el tren circule a velocidad constante, donde no es tan importante el detalle y se puede aprovechar para ahorrar tiempo de simulación.

### 2.2.1 Simulación por paso discreto

---

El tren, durante la simulación por paso discreto, podrá a su vez tener tres modos distintos de funcionamiento, cada uno de los cuales estará regido por ecuaciones diferentes. Dichos modos son tracción, deriva y freno.

El tren circulará en el modo de tracción cuando viaje a una velocidad inferior al límite permitido en ese momento, tratando de aumentar la velocidad hasta alcanzarla o cuando trate de mantener su velocidad, compensando la resistencia al avance.

El tren podrá circular en el modo de deriva, por ejemplo, en el proceso previo a un frenado para detenerse en una parada o para alcanzar a tiempo una reducción de velocidad, con el objetivo de disminuir el consumo energético. En cualquier momento durante el trayecto el tren podrá hacer uso de esta técnica, ya que es la práctica más habitual para gastar los colchones de tiempo establecidos al diseñar el horario comercial.

El tren deberá que hacer uso del freno al aproximarse a una reducción de velocidad o a una estación con parada, y también, cuando al circular a la velocidad máxima permitida, éste se encuentre con una pendiente lo suficientemente pronunciada como para aumentar su velocidad en caso de no usar el freno.

La transición entre cada uno de estos tres modos se irá sucediendo según las características del trayecto, el horario comercial, las restricciones de velocidad y la estrategia de conducción del maquinista, de manera que para cada instante de tiempo, siempre habrá un y sólo un modo de funcionamiento activo, estando los otros dos inactivos.

### Tracción

Cuando el tren esté traccionando y aumentando su velocidad, se simulará a marcha tendida, es decir, dando para cada velocidad, la fuerza máxima de tracción caracterizada por la curva velocidad-fuerza del motor, y con paso de simulación constante, que podrá ser en espacio o en tiempo. El proceso que seguirá el simulador para calcular las variables necesarias es el siguiente:

Se calcula la fuerza que da el tren  $F = f(V)$ . Para esto, el simulador simplemente extraerá del listado fuerza-velocidad, la fuerza máxima de tracción correspondiente a la velocidad que lleve en ese momento. En el caso de que la velocidad que lleve el tren no coincida con ningún punto definido en la lista, se interpolará la fuerza entre los dos puntos de velocidad definidos más cercanos, por exceso y por defecto.

Se calculan las demás fuerzas que intervienen en el movimiento del tren:

- Fuerza debida al radio de curvatura,

$$F_r = m \cdot g \cdot \frac{K}{R}$$

siendo  $m$  la masa total del tren,  $g$  la aceleración de la gravedad en la superficie terrestre ( $9,81 \text{ m/s}^2$ ),  $K$  una constante, que tendrá el valor de 600 para ancho de vía de 1.435 mm, y de 600 para ancho de vía de 1.668 mm, y  $R$  el radio de curvatura correspondiente al punto donde se encuentre el tren.

- Fuerza debida a la pendiente, que podrá oponerse o estar a favor del movimiento, según se trate de un rampa (valores positivos de pendiente), o de una pendiente propiamente dicha (valores negativos de pendiente). Asumiendo que el rango numérico de variación de las rampas-pendientes en las líneas ferroviarias españolas va de 30 a -30 ‰, la expresión que se utilizará para calcular la fuerza debida a la pendiente en un punto será

$$F_p = m \cdot g \cdot p_m$$

siendo  $m$  la masa total del tren,  $g$  la aceleración de la gravedad en la superficie terrestre ( $9,81 \text{ m/s}^2$ ), y  $p_m$  la pendiente media del tren cuando el centro de masas del mismo está situado en ese punto, calculando la pendiente media de la forma que se describió en el apartado datos del tren.

- Fuerza de resistencia al avance, que siempre se opondrá al movimiento, y tiene una expresión de la forma

$$F_a = a \cdot v^2 + b \cdot v + c$$

siendo  $v$  la velocidad del tren en ese momento, y  $a$ ,  $b$  y  $c$  parámetros configurables, que permanecerán constantes a lo largo de toda la simulación.

Una vez calculadas todas las fuerzas que intervienen en el movimiento del tren, se calculará la aceleración del mismo aplicando la ecuación de la primera ley de Newton:

$$a = \frac{\sum F}{m}$$

siendo  $m$  la masa total del tren, y  $\sum F$  la suma de las fuerzas anteriormente descritas. Puesto que se trata en este caso del tren traccionando y aumentando su velocidad, dicha suma será positiva, siendo en el caso límite nula, que se dará cuando la fuerza de tracción que de el tren solo le valga para mantener la velocidad, no para aumentarla.

La simulación en el caso del tren traccionando y aumentando su velocidad se realiza por paso de simulación discreto y constante, que en este caso será el espacio, de 1 m, de tal manera que con la fuerza y la aceleración calculadas previamente, se pueden calcular las variables transcurrido un paso de simulación de 1 m.

Suponiendo que durante dicho paso de simulación el tren describe un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, la velocidad al final del paso de simulación será

$$v_f = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta s$$

siendo  $v_0$  la velocidad en el inicio del paso de simulación,  $a$  la aceleración del tren durante el paso de simulación, que se supone constante, y  $\Delta s$  el paso de simulación de 1m.

El tiempo transcurrido en dicho paso de simulación será

$$t_f = t_0 + \frac{v_f - v_0}{a}$$

siendo  $t_0$  el tiempo en el inicio del paso de simulación,  $v_f$  la velocidad final hallada en el paso anterior,  $v_0$  la velocidad en el inicio del paso de simulación, y  $a$  la aceleración del tren.

La energía consumida durante el paso de simulación se calcula mediante la expresión

$$e = \frac{F \cdot v \cdot t}{\eta_t} + P_{aux} \cdot t$$

siendo  $F$  la fuerza máxima que puede transmitir el motor a esa velocidad,  $v$  la velocidad del tren durante ese paso de simulación, que también se supone constante e igual a la velocidad inicial,  $t$  el tiempo transcurrido en avanzar el paso de simulación,  $\eta_t$  el rendimiento de tracción,  $P_{aux}$  la potencia de los equipos auxiliares y  $t$  el tiempo transcurrido a lo largo de dicho paso de simulación, que es igual a  $t_f - t_0$ .

Se calculará también al final del paso de simulación la nueva pendiente media pm al haber avanzado el tren 1 m de la forma que se describió en el apartado datos del tren.

El error al estimar que la velocidad se mantiene constante durante el paso de simulación será mayor cuanto mayor sea dicho paso. Para el caso particular del

presente estudio, en el que el paso es de 1 metro, el error es razonablemente despreciable.

Las variables finales calculadas para un paso de simulación son las variables iniciales para el siguiente paso de simulación. Este proceso continúa de forma iterativa hasta que se llegue a un cambio de modo de funcionamiento del simulador (deriva o freno), o hasta que ésta finalice.

### Freno

Cuando el tren está frenando y disminuyendo su velocidad, el proceso que se seguirá será una simulación con paso discreto y constante.

Se supone que el tren frenará con una deceleración constante durante todo el proceso de frenado  $a = K$ . No obstante, si se desea, se podrán establecer diferentes tramos de deceleración según vaya variando la velocidad del tren.

Con dicha desaceleración, se calcula la fuerza de frenado necesaria,

$$F = m \cdot a + F_p + F_a + F_r$$

Siendo  $m$  la masa total del tren,  $a$  la tasa de desaceleración durante el paso de simulación, y  $F_p$ ,  $F_a$  y  $F_r$  las fuerzas debidas a la pendiente, a la resistencia al avance y al radio de curvatura respectivamente, que son calculadas de la misma manera que en el modo de tracción.

Seguidamente, y al igual que en modo anterior, se calculan las variables transcurrido un paso de simulación constante de 1 m.

La velocidad al final del paso de simulación será

$$v_f = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta s$$

siendo  $v_0$  la velocidad en el inicio del paso de simulación,  $a$  la desaceleración del tren y  $\Delta s$  el paso de simulación de 1m.

El tiempo transcurrido en dicho paso de simulación será

$$t_f = t_0 + \frac{v_f - v_0}{a}$$

siendo  $t_0$  el tiempo en el inicio del paso de simulación,  $v_f$  la velocidad final hallada en el paso anterior,  $v_0$  la velocidad en el inicio del paso de simulación, y  $a$  la desaceleración del tren.

La energía consumida en un paso de simulación, para el caso del tren frenando, consistirá únicamente en el consumo de los equipos auxiliares,

$$e = P_{aux} \cdot t$$

siendo  $P_{aux}$  la potencia total de todos los equipos auxiliares, y  $t$  el tiempo transcurrido a lo largo de dicho paso de simulación, que es igual a  $t_f - t_0$ .

### Deriva

Cuando el tren se encuentra en modo de deriva, seguirá también un proceso de simulación por paso discreto y constante.

La fuerza del motor será nula  $F = 0$ .

Se calcula la aceleración del tren mediante la expresión

$$a = \frac{\sum F}{m}$$

introduciendo en la sumatoria las tres fuerzas que intervienen en el movimiento  $F_p$ ,  $F_a$  y  $F_r$ , las fuerzas debidas a la pendiente, a la resistencia al avance y al radio de curvatura, que son calculadas de la misma manera que en el modo de tracción.

La aceleración resultante podrá ser positiva, negativa, o nula, dependiendo del peso del tren, la velocidad del mismo, y la pendiente de la vía, de manera que un tren derivando podrá aumentar su velocidad, disminuirla, o mantenerla, aunque esta última posibilidad es de equilibrio inestable.

Una vez hallada la aceleración, se pueden calcular las variables al final del paso de simulación, que también será de 1 m en este modo.

La velocidad al final del paso de simulación será

$$v_f = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta s$$

siendo  $v_0$  la velocidad en el inicio del paso de simulación,  $a$  la aceleración del tren calculada previamente, y  $\Delta s$  el paso de simulación de 1m.

El tiempo transcurrido en dicho paso de simulación será

$$t_f = t_0 + \frac{v_f - v_0}{a}$$

siendo  $t_0$  el tiempo en el inicio del paso de simulación,  $v_f$  la velocidad final hallada en el paso anterior,  $v_0$  la velocidad en el inicio del paso de simulación, y  $a$  la aceleración del tren.

La energía consumida en un paso de simulación, para el caso del tren derivando, consistirá únicamente en el consumo de los equipos auxiliares, al igual que en el modo de freno.

$$e = P_{aux} \cdot t$$

siendo  $P_{aux}$  la potencia total de todos los equipos auxiliares, y  $t$  el tiempo transcurrido a lo largo de dicho paso de simulación, que es igual a  $t_f - t_0$ .

## 2.2.2 Simulación por eventos discretos

En los tres modos anteriores se ha llevado a cabo una simulación con paso discreto y constante, ya que la velocidad del tren era variable y por lo tanto todas las variables de cálculo cambiaban a lo largo del tiempo.

No obstante, cuando la velocidad del tren se mantiene constante, es posible realizar otro tipo de simulación para agilizar el proceso de cálculo; la simulación por eventos discretos, de manera que en este tipo de simulación, el proceso salta de un evento a otro, calculando en cada uno de ellos todas las variables necesarias.

Un evento se diferencia del anterior porque en él se ha producido el cambio de alguna variable de estado (pendientes, limitaciones de velocidad, etc.).

El momento en el que la simulación cambia del modo por paso discreto al modo por eventos discretos es cuando el tren llega a un punto en el que debe mantener la velocidad constante, ya sea porque ha alcanzado la velocidad máxima de la vía, o porque esté regulando a una velocidad inferior.

Cuando la simulación entra en el modo de simulación por eventos discretos, ésta se traslada de un estado a otro en el momento en el que sucede un evento, calcula todas las variables, y se traslada posteriormente al siguiente estado. Cuando el tren no puede mantener la velocidad constante, lo cual, entre otras cosas, puede ser debido a que la pendiente sea demasiado pronunciada para que el motor pueda mantenerla, la simulación sale del modo de simulación por eventos discretos y vuelve a entrar en el modo de simulación por paso discreto.

Por otro lado, los procesos de cálculo en este tipo de simulación son los mismos que para los tres modos diferentes descritos anteriormente (tracción, freno y deriva), con la salvedad de que ahora el tren no proporciona la máxima fuerza para la velocidad que lleve, sino que tracciona con la fuerza necesaria para compensar la fuerza de resistencia al avance, la fuerza debida al radio de curvatura, y la fuerza debida a la pendiente, de manera que la fuerza resultante total sea nula y por lo tanto el tren se desplace a velocidad constante.

$$F = F_p + F_a + F_r$$

$$a = \frac{\sum F}{m} = 0 \Rightarrow v = cte$$

## 2.3. Ecuaciones energéticas

El simulador irá calculando en cada paso de simulación la energía consumida durante ese paso y la potencia suministrada, y en caso de utilizar el frenado regenerativo, la energía devuelta a la red. Además, se dotará a los trenes de un acumulador de energía embarcado que podrá cargarse en los procesos de frenado del tren para más adelante devolverle la energía acumulada en los procesos de tracción.

Cálculo energético en un paso de simulación:

Se calcula primeramente la potencia en un paso de simulación mediante la expresión

$$P = F \cdot v$$

siendo  $F$  la fuerza que está dando el tren,  $v$  la velocidad del mismo durante el paso de simulación, y  $P$  la potencia instantánea. Al considerar  $F$  y  $v$  como constantes durante un paso de simulación, la potencia instantánea también lo será, y basta con elegir un paso lo suficientemente pequeño como para que estas suposiciones sean admisibles.

Una vez obtenida la potencia suministrada en un paso de simulación, la energía consumida será

$$E = \frac{P \cdot t}{\eta_t} + P_{aux} \cdot t$$

Siendo  $P$  la potencia calculada previamente,  $t$  el tiempo transcurrido en el paso de simulación,  $\eta_t$  el rendimiento de tracción del tren,  $P_{aux}$  la potencia de los equipos auxiliares (se incluirán siempre que los auxiliares no sean alimentados mediante baterías adicionales), y  $E$  la energía consumida durante el paso de simulación.

### Energía regenerada a la red

Se dotará al simulador con la posibilidad de inyectar a la red energía regenerada durante los procesos de frenado. Durante estos procesos, el tren tiene dos posibilidades:



- Inyectar a red toda la energía regenerada.

En este caso, la cantidad de energía inyectada a red vendrá dada por la expresión

$$E_{reg} = F \cdot v \cdot \eta_f$$

siendo  $F$  la fuerza correspondiente a la velocidad del tren en ese instante,  $v$  la velocidad del mismo, y  $\eta_f$  el rendimiento de frenado.

- Emplear la energía regenerada para el consumo de auxiliares, y en caso de que exceda, inyectar el resto a la red.

En este caso, si se cumple que la energía regenerada durante el paso de simulación es mayor a la potencia consumida por los equipos auxiliares:

$$F \cdot v \cdot \eta_f > P_{aux}$$

entonces la energía regenerada se utiliza para el consumo de los mismos, y se inyecta a red el sobrante;

$$E_{reg} = F \cdot v \cdot \eta_f \cdot t - P_{aux} \cdot t$$

### Acumuladores embarcados

Se dotará también al simulador con un acumulador energía embarcado en el tren. Este tipo de acumuladores tiene menor capacidad de almacenamiento energético que los acumuladores fijos, pero por otro lado evitan las pérdidas de transmisión de la energía a lo largo de la catenaria,  $P = R \cdot I^2$ . El acumulador se conecta directamente al inversor de corriente que alimenta a los motores.

Durante el frenado, la energía cinética del tren se almacena en el acumulador. En el siguiente periodo de tracción o arranque, el tren toma la potencia necesaria del acumulador en primer lugar, y en el caso de que no sea suficiente, de la red eléctrica.

Por otro lado, si los equipos auxiliares se alimentan mediante la red eléctrica, el acumulador tendrá prioridad sobre ellos, es decir, siempre que el acumulador disponga de energía suficiente para alimentarlos, así lo hará.

Los parámetros que se tendrán en cuenta para emular el acumulador serán:

- Potencia de carga/descarga.
- Rendimiento de carga/descarga.
- Carga mínima/máxima.
- Peso.

La ecuación de carga que regirá al acumulador durante un frenado será

$$\Delta E_{ac} = F \cdot v \cdot t \cdot \eta_c - \frac{P_{aux} \cdot t}{\eta_d}$$

$$E_{ac,final} = E_{ac,initial} + \Delta E_{ac}$$

siendo  $F$  la fuerza correspondiente a la velocidad del tren en ese instante,  $v$  la velocidad del mismo,  $t$  el intervalo de tiempo de ese paso de simulación,  $\eta_c$  el rendimiento de carga del acumulador,  $P_{aux}$  la potencia consumida por los equipos auxiliares, y  $\eta_d$  el rendimiento de descarga del acumulador. Esta ley de carga del acumulador se cumplirá en todos los procesos de frenado hasta que se llegue a la capacidad máxima del mismo. El rendimiento de carga del acumulador  $\eta_c$  es un



rendimiento compuesto que abarca desde la transformación de energía mecánica a eléctrica durante el frenado, hasta el almacenamiento de la misma en el acumulador.

Esta ecuación indica que, durante un proceso de frenado, al mismo tiempo que el acumulador se está cargando debido al mismo, también está cediendo la energía necesaria para la alimentación de auxiliares, de manera que el balance neto de la energía acumulada es la suma de estos dos términos.

Por otro lado, durante los procesos de tracción, el acumulador servirá de apoyo a la red eléctrica, y cumplirá la lógica de funcionamiento siguiente:

Si la energía que necesita el tren durante un paso de simulación es menor que la energía necesaria para satisfacer dicha demanda contenida en el acumulador;

$$\text{Si } E_{ac, inicial} \geq \frac{\frac{F \cdot v \cdot t}{\eta_t} + P_{aux} \cdot t}{\eta_d}$$

siendo  $F$  la fuerza correspondiente a la velocidad del tren en ese instante,  $v$  la velocidad del mismo,  $t$  el intervalo de tiempo de ese paso de simulación,  $\eta_t$  el rendimiento de tracción del tren,  $P_{aux}$  la potencia consumida por los equipos auxiliares y  $\eta_d$  el rendimiento de descarga del acumulador, entonces dicha energía es suministrada íntegramente por el acumulador, que ve reducida su energía en esa misma cantidad;

$$\Delta E_{ac} = \frac{\frac{F \cdot v \cdot t}{\eta_t} + P_{aux} \cdot t}{\eta_d}$$

$$E_{ac, final} = E_{ac, inicial} - \Delta E_{ac}$$

En caso contrario, el acumulador cederá toda la energía que le quede disponible, y el resto será suministrada por la catenaria.

$$\Delta E_{ac} = E_{ac, inicial}$$

$$E_{ac, final} = E_{ac, inicial} - \Delta E_{ac} = 0$$

$$E = \frac{F \cdot v \cdot t}{\eta_t} + P_{aux} \cdot t - \Delta E_{ac} \cdot \eta_d$$

## 2.4. Modo de simulación con consignas de conducción manual

Lo descrito hasta ahora del funcionamiento del simulador habla de la forma de conducir de un tren de manera automática para cumplir con todas las restricciones impuestas por la vía, el tren, etc.

Una vez se consiga que el simulador reproduzca fielmente un recorrido en la realidad, para conseguir el objetivo de diseñar conducciones económicas, se posibilitará, además, la capacidad de emular la forma de conducción manual, que es bajo la cual se conduce en largo recorrido, para dotar del realismo requerido a las simulaciones. Así, la forma de acelerar un tren no será exactamente igual en conducción automática a marcha tendida, que en conducción manual.

Para posibilitar esta faceta del simulador, se definirán diferentes parámetros que caracterizarán un comportamiento de conducción manual concreto, parámetros que podrán ser modificados para generar otro patrón de conducción manual distinto. El ajuste realista de dichos parámetros será esencial para la obtención de resultados de conducción manual realistas.

Será además posible la introducción de consignas de regulación manual en el simulador, que serán de dos tipos; de regulación de velocidad y de deriva.

Las consignas de regulación de velocidad indicarán la velocidad que el tren deberá mantener a lo largo de dos puntos kilométricos determinados. Esta velocidad de regulación deberá ser menor que la velocidad máxima de la línea durante los dos puntos considerados.

Las consignas de deriva indicarán los puntos kilométricos inicial y final de un tramo en el que el tren circulará en deriva, es decir, sin aplicar fuerza de tracción, dejándose llevar por su propia inercia.

Algunos de los parámetros que se tendrán en cuenta para caracterizar la conducción manual de un maquinista son los siguientes:

## 2.4.1 Parámetros generales de conducción manual

---

### Colchón de tiempo disponible para realizar conducción manual

Este dato es fundamental, es la diferencia entre el horario comercial y el tiempo mínimo de recorrido, y es el tiempo disponible para invertir en ahorro energético siempre que no se produzcan incidencias que produjesen algún retraso.

### Número máximo de consignas admisible

Dependiendo de la longitud del trayecto y del maquinista, solo será admisible un determinado número de consignas a cumplir por éste último, entendiendo como consigna una acción a realizar en un punto kilométrico determinado, i.e., desde el punto kilométrico 34.850 cortar la tracción hasta el punto kilométrico 35.600, donde se vuelve a traccionar.

### Duración mínima de una consigna

Al ser un humano al que se está tratando de simular, hay que tener en cuenta que su capacidad para cambiar de una consigna a otra es limitada. Este parámetro está relacionado con el anterior, y entre los dos tratan de tener en cuenta la capacidad de reflejos de un maquinista.

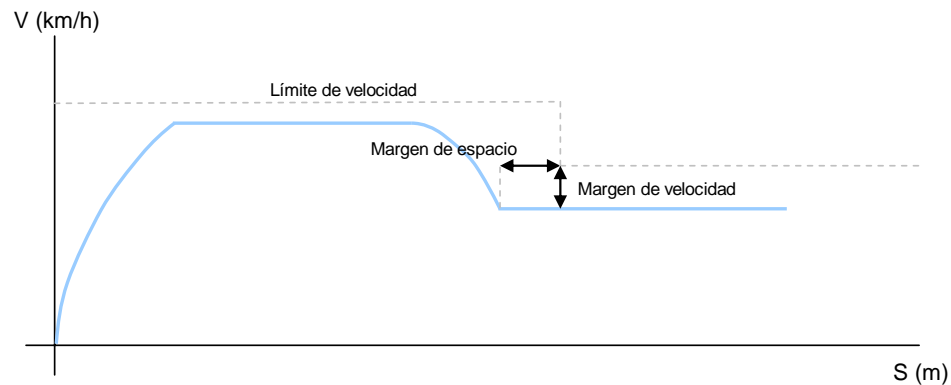
### Margen de espacio

Con este parámetro se modelará la distancia previa a una reducción de velocidad desde donde, para garantizar la seguridad, se le exige al tren que haya reducido su velocidad hasta dicha nueva consigna.

### Margen de velocidad

Complementario con el anterior parámetro, modela la velocidad por debajo de la consigna de reducción venidera que debe conseguir el tren con el fin de garantizar la seguridad. Un ejemplo de los anteriores dos parámetros puede observarse en la Figura 6.

Figura 6. Curvas de tracción y resistencia al avance.



Fuente: Instituto de Investigación Tecnológica

### Porcentaje de tracción

Este parámetro posibilitará que en los tramos de aceleración, el tren pueda traccionar aplicando el motor una fuerza de tracción menor que la máxima, posibilitando cierto ahorro energético. Por otro lado, los motores eléctricos tienen su mejor rendimiento cuando funcionan alrededor del punto de máxima potencia, con lo que se analizará cuidadosamente este parámetro para comprobar si efectivamente puede contribuir apreciablemente en el ahorro energético buscado.

### Porcentaje de frenado

Al igual que el parámetro de porcentaje de tracción, el porcentaje de frenado podrá disminuir la fuerza máxima que el tren aplica al decelerar.

### Velocidad de entrada en estación

Es práctica habitual el asignar una velocidad mínima cuando un tren se aproxima a una estación, con el fin de que el usuario no perciba que el tren llega a una velocidad demasiado lenta. Este parámetro regulará dicha velocidad.

### Distancia de entrada en estación

Complementaria con el parámetro anterior, indica desde qué distancia se debe haber conseguido la velocidad de entrada en estación.

### Retardo en la aplicación del mando

Este parámetro tiene en cuenta el tiempo de reacción del maquinista y del tren en ejecutar la consigna correspondiente.

### Deceleración

Este parámetro cuantifica la deceleración con la que el tren frenará, la cual se supondrá constante a lo largo del proceso de frenado. No obstante, existirá la posibilidad de definir escalones de deceleración si así se requiere.

### 3. TIPOS DE CONSIGNA A EJECUTAR POR EL MAQUINISTA

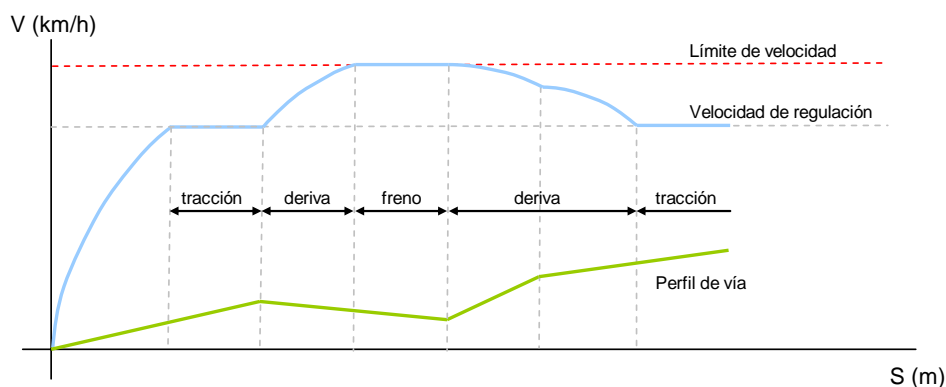
#### Regulación de velocidad

Consiste en mantener durante un tramo determinado por dos puntos kilométrico, una velocidad constante y menor a la máxima de la línea en ese tramo. Para el alcance del presente simulador, se considerará que el tren está equipado con regulador capaz de mantener la velocidad de consigna por lo que no se simularán los pequeños ciclos en torno a dicha velocidad.

#### Regulación de velocidad sin frenar

Consiste en mantener durante un tramo determinado por dos puntos kilométricos, una velocidad constante y menor a la máxima de la línea en ese tramo, siempre y cuando no haya que aplicar freno. En este caso, en lugar de freno se aplicaría deriva, aumentando la velocidad. Si el tren alcanza la velocidad máxima en el tramo, entonces sí se aplica freno para no rebasarla. Solo se volverá a aplicar tracción cuando de no hacerlo, la velocidad del tren disminuiría por debajo de la velocidad de regulación. Un ejemplo de este tipo de consigna se muestra en la Figura 7.

Figura 7. Regulación de velocidad sin frenar.

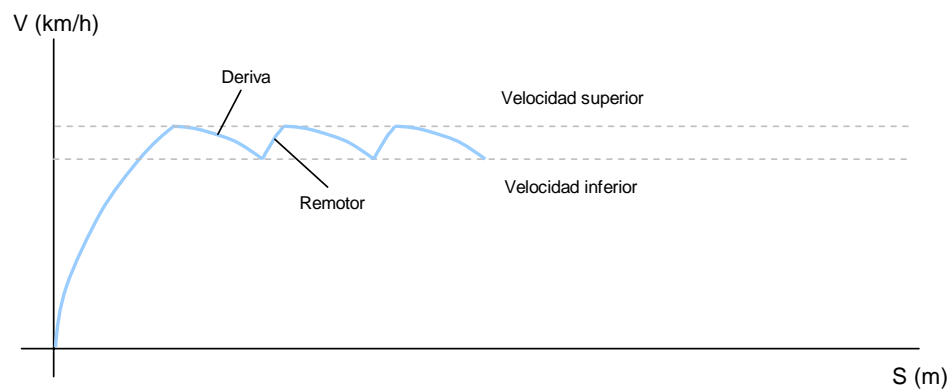


Fuente: Instituto de Investigación Tecnológica

#### Ciclos de deriva-remotor

En determinados tramos de un recorrido, puede interesar realizar una regulación de velocidad entre dos límites, uno superior y otro inferior, de manera que el tren traccione hasta llegar a la velocidad superior, y una vez alcanzada ésta, cambie al modo de deriva, reduciendo paulatinamente su velocidad hasta llegar a la velocidad inferior, momento en el que volverá a introducir el modo de tracción, como se puede observar en la siguiente Figura 8.

Figura 8. Regulación mediante ciclos de deriva-remotor.



Fuente: Instituto de Investigación Tecnológica

### Aplicar deriva

Consiste en, a partir de un punto kilométrico determinado, cortar la tracción de un tren para que éste continúe su movimiento con su propia inercia. Para poder aplicarla, el tren debe ir traccionando previamente.

### Aplicar tracción

Esta consigna consiste en, a partir de un punto kilométrico determinado, traccionar a la fuerza máxima que de el tren para esa velocidad determinada. Este tipo de consignas, junto con la anterior, se pueden combinar para formar ciclos tracción-deriva del tipo: traccionar desde p.k. 18,200 hasta 21,750 y derivar desde p.k. 21,750 hasta p.k. 24,500.

### Aplicar freno

Por último, la consigna de freno podría indicar los puntos de inicio y finalización de un proceso de frenado, para efectuar una parada. Salvo indicación contraria, se supondrá que el proceso de frenado se realizará a una deceleración constante dada por el parámetro de deceleración (parámetros generales de conducción manual).

## 4. PARÁMETROS DEL MODELO DE GENERACIÓN DE CONDUCCIÓN ECONÓMICA

### 4.1. Parámetros operativos

El modelo de generación de conducción eficiente necesita además los siguientes datos operativos:

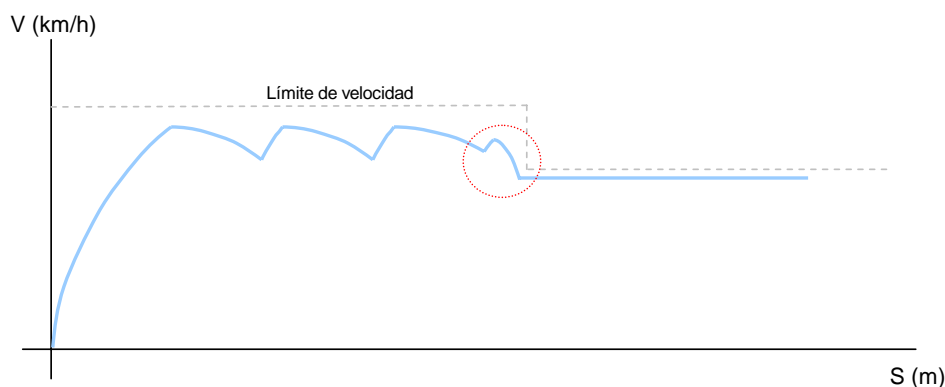
- **Horario Comercial y Técnico en puntos de control:** indicará las horas de llegada a cada punto de control del trayecto.
- **Surco disponible para el servicio:** es el máximo tiempo disponible para un servicio para no interferir en los servicios anterior y posterior.
- **Tiempo en el cambio de ancho, desde la parada al arranque:** para trayectos con estaciones de cambio de ancho.

### 4.2. Parámetros de búsqueda

Estos parámetros se utilizarán para realizar la búsqueda de conducciones económicas:

- **Distancia de seguridad ante una reducción:** en las inmediaciones de una reducción de velocidad, para evitar que el tren llegue traccionando para que acto seguido tenga que frenar, con el correspondiente derroche energético, este parámetro indicará la distancia a una reducción a partir de la cual al tren no le está permitido seguir aumentando su velocidad. Se trata de evitar acciones como la mostrada en la Figura 9.

Figura 9. Distancia de seguridad ante una reducción.



Fuente: Instituto de Investigación Tecnológica

- **Seguridad ante un límite de velocidad:** de una manera similar a la anterior, este parámetro indicará la cercanía a una velocidad límite a

partir de la cual el tren ya no traccionará, para evitar llegar justo a la velocidad límite traccionando y justo entonces deba dar un frenazo para no superar dicho límite.

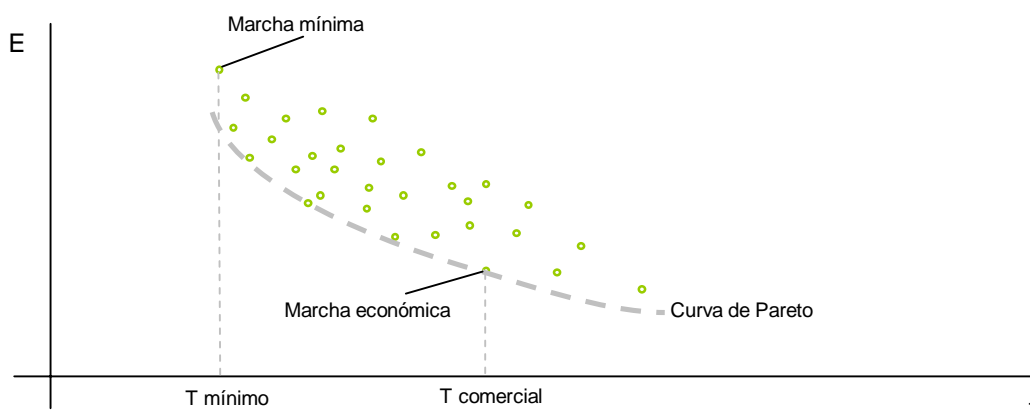
- **Pendiente de corte de tracción:** este parámetro indicará que, siempre que el tren llegue a una pendiente mayor o igual que su valor, el tren cortará tracción y continuará derivando hasta que la pendiente disminuya por debajo de dicho valor o hasta que el tren deba frenar por cualquier otro motivo.

### 4.3. Procedimiento

Una vez descrito el diseño del simulador globalmente, el procedimiento para determinar la conducción económica a partir de un trayecto, un tren y un horario comercial será el siguiente:

1. Se determinará el valor de todos los parámetros que definirán un tipo de conducción manual para el trayecto que se desee estudiar. El ajuste realista de dichos parámetros será esencial para la obtención de resultados realistas.
2. Se simulará dicho trayecto con diferentes consignas de regulación, de tal manera que se obtendrá una nube de puntos como la de la Figura 10. La curva de Pareto mostrará los puntos de menor consumo energético para cada tiempo de recorrido, de tal manera que bastará elegir el punto de conducción de la curva de Pareto cuyo tiempo de recorrido sea más parecido al horario comercial diseñado.

Figura 10. Nube de puntos y selección de la marcha económica.



Fuente: Instituto de Investigación Tecnológica

3. Según se tengan en cuenta acumuladores de energía embarcados o no en el tren, frenado regenerativo, etc., se obtendrán diferentes formas de la nube de puntos y por lo tanto dará lugar a soluciones diferentes de conducción.
4. Para valorar la solución aportada, se comparará la marcha económica diseñada con otras marchas estándar, como son:
  - Marcha conseguida al desarrollar una regulación a velocidad constante empleando el mismo tiempo en el trayecto.
  - Marcha conseguida al regular mediante ciclos de deriva-remotor constantes a lo largo de todo el recorrido tal que se emplee el mismo tiempo de trayecto.

- Marcha tendida, empleando por lo tanto todo el colchón en la estación de destino, y nada para conseguir ahorro energético.

La comparación con la marcha tendida dará una idea del ahorro energético bruto, mientras que la comparación con las dos primeras marchas mostrará un más realista ahorro energético neto.



---

## 5. MODELOS DE DISEÑO DE HORARIOS

Diseñar un horario de un trayecto determinado con paradas intermedias equivale a determinar en qué momento saldrá el tren de la estación de partida, y cuando llegará a cada una de las paradas del trayecto, tanto a las intermedias como a la de destino. En adelante, se llamará trayecto al recorrido completo, y tramo al recorrido entre dos paradas adyacentes. Es decir, si un trayecto tiene  $n$  paradas intermedias, se puede dividir en  $n+1$  tramos.

Un horario comercial lleva implícito el tiempo de recorrido de cada tramo. Dicho tiempo de recorrido se diseña añadiendo al tiempo mínimo del tramo, que es el resultante de recorrerlo a la marcha tendida, un tiempo adicional que tiene el propósito de absorber pérdidas de tiempo ocasionadas por distintas incidencias durante el recorrido o durante la parada en estación. En los casos en que no se producen incidencias, ese tiempo adicional puede ser aprovechado por el maquinista para realizar una conducción menos exigente y así reducir el consumo energético del tren.

Por tanto, el objetivo del diseño eficiente de horarios es doble:

1. Conseguir un reparto de colchones óptimo que posibilite el máximo ahorro energético en el trayecto completo.
2. Garantizar que dicho reparto de colchones posibilite el cumplimiento de un nivel de puntualidad determinado en cada parada del trayecto, es decir, que el tren llegue puntual a una estación indicada en el horario comercial en un porcentaje de ocasiones igual o mayor al nivel de puntualidad exigido en dicha estación.

---

### 5.1. Modelo matemático de reparto óptimo de colchones en tramos.

---

El primer paso será el cálculo de la marcha mínima mediante simulación. A esta *marcha mínima* se le tendrán que añadir colchones de tiempo adicionales para recuperación de retrasos, atendiendo tanto a requisitos de eficiencia energética como de puntualidad. Actualmente, el Adif emplea una norma elaborada por el UIC para establecer los límites inferior y superior del margen de tiempo a añadir a la marcha mínima. Estos límites dependen de la longitud total del trayecto y del tiempo que tarda el tren en recorrerlo a la marcha mínima. De esta forma, cada uno de los tramos del recorrido estará acotado entre un tiempo de recorrido mínimo y un tiempo de recorrido máximo. Lo mismo sucederá para el tiempo de recorrido del trayecto completo.

El siguiente paso será seleccionar el colchón de tiempo total del trayecto. Éste será el tiempo total disponible tanto para absorber retrasos como para invertir en realizar una conducción más económica que la marcha tendida. Si solo importase el criterio energético, el colchón sería tan grande como se quisiera, pero además hay atender al criterio comercial y de explotación de la línea, de manera que para el diseño del colchón de tiempo total hay que llegar a un compromiso entre estos dos factores. El tiempo resultante de sumar el tiempo mínimo del trayecto completo y el colchón total del trayecto debe ser menor establecido por la UIC para ese servicio determinado.

Una vez se haya diseñado el tiempo total a añadir a la marcha mínima para obtener el tiempo comercial, resta decidir cómo se repartirá dicho colchón en cada uno de los tramos del trayecto. Este problema no es trivial, ya que cada tramo tendrá un perfil diferente y unos límites de velocidad distintos, lo que caracterizará cada uno de ellos con consumos energéticos diferentes, y, además, la tasa de incidencias y retrasos en cada tramo en general será distinta, de manera que habrá tramos que necesiten un mayor tiempo por kilómetro de colchón para garantizar el nivel de puntualidad objetivo en su correspondiente parada.

Seguidamente, se obtendrán las curvas de Pareto de consumo óptimo en cada tramo, es decir, los perfiles con mínimo consumo energético a igualdad de tiempo de recorrido de todos los posibles, como mostraba la Figura 10. Estas curvas serán generadas para cada tramo entre dos paradas consecutivas con el simulador previamente descrito y mediante algoritmos de búsqueda de conducciones eficientes. De esta manera, al escoger un colchón determinado de un tramo, automáticamente queda determinada su conducción y consumo asociado, dado por el punto de la curva de Pareto.

Dado que se realizarán diferentes grupos de simulaciones dependiendo de si el tren usa frenado regenerativo o no, de si usa acumulador embarcado o no, o ninguna de las anteriores opciones, esto dará lugar a diferentes nubes de puntos para cada tramo y por lo tanto a diferentes horarios comerciales.

Para cumplir con los requisitos de puntualidad en las estaciones, es necesario conocer la distribución de retrasos a lo largo del trayecto. Se realizará por tanto un estudio estadístico de dichos retrasos para cada tramo del trayecto.

La nomenclatura que se empleará para el modelo de optimización será la siguiente:

## Índices

$i$  Número de estación.

$w$  Índice de eventos (posible retraso)

$J_i$  Número de líneas de la poligonal de la Curva de Pareto.

## VARIABLES Y PARÁMETROS

$T_i$  Tiempo total entre la cabecera de una estación y la cabecera de la siguiente.

$\overline{T_{pi}}, \underline{T_{pi}}$  Máximo y mínimo tiempo de parada en la estación  $i$ .

$\overline{T_{ri}}, \underline{T_{ri}}$  Máximo y mínimo tiempo de recorrido entre la estación  $i-1$  y la estación  $i$ .

$H_{ii}$  Tiempo de salida de la estación  $i$  en el horario diseñado. En el caso de la estación de destino, será el tiempo de llegada.

$H_i$  Holgura de tiempo asignada al recorrido entre la estación  $i-1$  y la estación  $i$ . Este valor coincidirá con la diferencia entre el tiempo de recorrido diseñado en el horario y el tiempo mínimo a marcha tendida.

$C_i$  Consumo energético asociado al tramo entre la estación  $i-1$  y la estación  $i$ .

$NP_i$  Nivel de puntualidad a la salida de la estación  $i$ .

$P^w$  Probabilidad del evento  $w$ .

$R_i^w$  Retraso en la salida de la estación  $i$  en el evento  $w$ .

$A_{ij}$ ,  $B_{ij}$  pendiente y ordenada de la curva de Pareto del gráfico tiempo-consumo en la estación  $i$ .

En adelante, las mayúsculas se emplearán para las variables, y las minúsculas para los parámetros del modelo.

### Función objetivo

La función objetivo de este modelo consistirá en minimizar el consumo energético asociado a un horario nominal, sujeto a restricciones de puntualidad, como indica la expresión siguiente:

$$\min \sum_{i>1} C_i$$

Estos consumos serán calculados considerando las restricciones de puntualidad.

Restricciones:

Como se introdujo previamente, el horario diseñado será definido con las variables  $T_{pi}$ ,  $H_i$ . La primera indica el tiempo de parada en cada estación, y la segunda indica la holgura de tiempo disponible para el tramo desde la estación  $i-1$  hasta la estación  $i$ , de tal forma que el tiempo de recorrido de un tramo será igual a la suma del tiempo de recorrido mínimo asociado al mismo y su holgura de tiempo asociada, según la expresión

Estas dos variables estarán acotadas de la siguiente manera:

El tiempo de parada en cada estación deberá estar comprendido entre unos valores mínimo y máximo, valores que serán asignados a los parámetros correspondientes al comienzo de la optimización:

$$\underline{t}_{pi} \leq T_{pi} \leq \overline{t}_{pi}, \forall i$$

El máximo valor de la holgura de tiempo disponible en cada tramo será igual a la diferencia entre los tiempos de recorrido máximo y mínimo entre la estación  $i-1$  y la estación  $i$ .

$$0 \leq H_i \leq \overline{t}_{ri} - \underline{t}_{ri}, \forall i > 1$$

Una vez que se determinan los valores de las distintas holguras de tiempo en cada tramo, el consumo mínimo asociado a ese recorrido entre la estación  $i-1$  y la estación  $i$  vendrá dado por la curva de Pareto correspondiente a ese tramo mediante la expresión:

$$C_i \geq a_{ij} (\underline{t}_{ri} + H_i) + b_{ij}, \forall i > 1 \forall j$$

Por otro lado, el tiempo de salida en cada estación se determinará mediante las siguientes expresiones:

La hora de salida de la estación  $i$  será igual a la suma de la hora de salida de la estación  $i-1$ , el tiempo mínimo de recorrido del tramo entre la estación  $i-1$  y la estación  $i$ , la holgura de tiempo asociada al mismo tramo, y el tiempo de parada en la estación  $i$ , lo cual se refleja mediante las siguientes expresiones matemáticas:

$$H_{ii} = H_{ii-1} + (\underline{t}_{ri} + H_i) + T_{pi}, \forall 1 < i < I$$

$$H_{i1} = 0$$

$$H_{ii} = H_{ii-1} + (\underline{t}_{ri} + H_i)$$

La segunda ecuación expresa que se toma como referencia la hora de salida de la estación 1, mientras que la tercera ecuación es el caso particular de la estación de destino, y expresa el tiempo de llegada a la misma como la suma de la hora de llegada a la estación anterior más el tiempo de recorrido mínimo en el tramo entre la estación penúltima y la de destino, más la holgura correspondiente a dicho tramo.

Se debe satisfacer que el tiempo de llegada a la última estación debe ser menor o igual al tiempo de recorrido desde la estación inicial a la de destino, es decir, al tiempo fijado en el horario para el trayecto completo:

$$H_{ii} \leq t_i$$

Ahora, para tener en cuenta los posibles escenarios de retrasos, se deberán satisfacer las mismas ecuaciones en cuanto a horas de salida, solo que añadiendo un término de retraso que indica el retraso producido en la estación  $i$ :

$$H_{ii} = H_{ii-1} + \underline{t}_{ri} + H_i + T_{pi} + r_i, \forall i \neq 1,$$

$$H_{i1} = r_1$$

$$H_{ii} = H_{ii-1} + (\underline{t}_{ri} + H_i) + r_i$$

Normalmente se considerará que el retraso en la estación de origen es nulo.

Para asegurar el nivel de puntualidad deseado, se debe cumplir que:

$$H_{ii} \leq H_{ii} \leq H_{ii} + \delta_i \cdot m, \forall i \forall \omega$$

$$\sum_{\omega} \delta_i \cdot P^{\omega} \leq 1 - np_i, \forall i$$

Donde  $\delta_i$  es un número binario que valdrá cero si el tren no está retrasado en la estación  $i$ , y uno en caso contrario, y  $m$  es un número suficientemente grande.

## 5.2. Datos de entrada del modelo

Los datos de entrada para un trayecto de largo recorrido serán por tanto los siguientes:

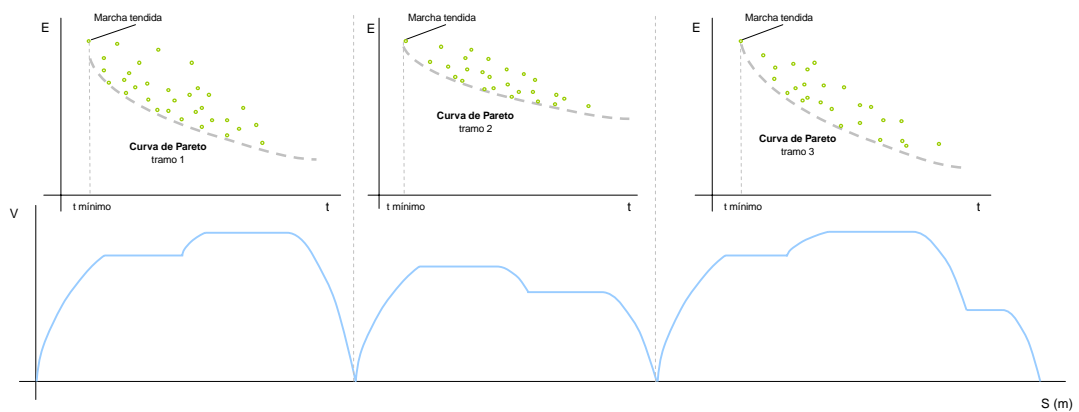
Colchón de tiempo total del trayecto completo.

Curvas de Pareto procedentes de las nubes de puntos que se generarán como resultado de las diferentes combinaciones de modos de conducción entre paradas, como puede observarse en la Figura 11. Las curvas de Pareto se modelarán como un conjunto de segmentos de líneas unidos que formarán una poligonal convexa.

Distribución de retrasos. Se supondrá inicialmente que los posibles retrasos son generados en las estaciones con parada. Podrá luego mejorarse tal aproximación, suponiendo que se producen en tantos puntos de control como se desee, siempre y cuando se subdivida el trayecto completo en tantos tramos como paradas más puntos de control singulares más uno.

Estos datos se introducirán en el modelo matemático descrito anteriormente, y como resultado se obtendrá el horario comercial.

Figura 11. Trayecto completo y curvas de Pareto en cada tramo.



Fuente: Instituto de Investigación Tecnológica

El objetivo del modelo así descrito será encontrar el perfil de velocidad nominal para la conducción en operación normal, de tal manera que, cuando ocurre un retraso, el tiempo perdido podrá ser recuperado con un perfil de velocidades más rápido, con el consiguiente aumento del consumo energético. La diferencia entre el tiempo asociado al perfil de velocidad nominal y el tiempo asociado a la marcha tendida en cada tramo es igual al colchón de tiempo disponible en el mismo. Será por tanto deseable que el modelo asigne mayores colchones de tiempo a tramos en los que el gradiente de la curva de Pareto sea mayor, lo cual indica lugares de potencial de ahorro energético mayor.

### 5.3. Salida del modelo

El resultado final mostrará el horario, definido mediante el tiempo de parada en cada estación y el tiempo de recorrido entre dos estaciones adyacentes. Dicho horario garantizará los niveles de puntualidad establecidos en cada una de las paradas de su recorrido. Si un tren no sufre durante su recorrido ninguna incidencia o retraso, podrá emplear todo el colchón disponible en cada tramo en realizar una conducción económica, mientras que si por el contrario sufre algún contratiempo, éste se verá absorbido por el colchón disponible en la mayoría de las ocasiones, quedando el restante para emplearlo con fines energéticos.

---

---

## LISTA DE TABLAS Y FIGURAS

Figura 1. Nube de puntos tiempo-consumo. ....	4
Figura 2. Transiciones entre pendientes.....	6
Figura 3. Curvas de tracción y resistencia al avance. ....	7
Figura 4. Consideración de la longitud del tren. ....	8
Figura 5. Consideración de la pendiente media. ....	9
Figura 6. Curvas de tracción y resistencia al avance. ....	19
Figura 7. Regulación de velocidad sin frenar. ....	20
Figura 8. Regulación mediante ciclos de deriva-remotor. ....	21
Figura 9. Distancia de seguridad ante una reducción. ....	22
Figura 10. Nube de puntos y selección de la marcha económica. ....	23
Figura 11. Trayecto completo y curvas de Pareto en cada tramo. ....	29

## Publicaciones del Proyecto [ElecRail](#)

### Monografías:

Monografía 1: *“Cuantificación del consumo de energía eléctrica del ferrocarril español”*: Alberto García Álvarez, M<sup>a</sup> del Pilar Martín Cañizares.

Monografía 2: *“Rendimientos de la cadena de tracción eléctrica”*: Francisco Javier Olea.

Monografía 3: *“Sistemas de almacenamiento de energía eléctrica en la infraestructura ferroviaria”*: José Conrado Martínez Acevedo, Carlos Tovagas Guerra, Jorge Iglesias Díaz.

Monografía 4: *“Sistemas de almacenamiento de energía eléctrica embarcados en los trenes”*: Pedro Estévez Irizar, Mainer Varela Cuadrado, Egoitz Iturritxa Zubiri.

Monografía 5: *“Metodología de cálculo del consumo de energía de los trenes de viajeros y actuaciones en el diseño del material rodante para su reducción”*: Alberto García Álvarez, M<sup>a</sup> del Pilar Martín Cañizares.

Monografía 6: *“Diseño de los vehículos ferroviarias para la mejora de su eficiencia energética”*: Alberto García Álvarez, M<sup>a</sup> del Pilar Martín Cañizares.

Monografía 7: *“Alimentación eléctrica, cogeneración, almacenamiento y diseño de la red”*: Ramón R. Pecharromán, Eduardo Pilo, Álvaro López.

Monografía 8: *“Requisitos de los modelos para líneas metropolitanas y de alta velocidad”*: Instituto de Investigación Tecnológica de la Universidad Pontificia de Comillas, Instituto de Investigación Tecnológica de Metro de Madrid.

Monografía 9: *“Diseño de los modelos de simulación en líneas metropolitanas”*: Instituto de Investigación Tecnológica de la Universidad Pontificia de Comillas.

Monografía 10: *“Diseño de los modelos de simulación en alta velocidad”*: Instituto de Investigación Tecnológica de la Universidad Pontificia de Comillas.

Monografía 11: *“Resultados de conducciones eficientes en alta velocidad”*: Instituto de Investigación Tecnológica de la Universidad Pontificia de Comillas.

Monografía 12: *“Implementación, resultados y pruebas de los modelos para líneas metropolitanas”*: Instituto de Investigación Tecnológica de la Universidad Pontificia de Comillas.

Monografía 13: *“Análisis sistemático del consumo energético en líneas ferroviarias metropolitanas, de cercanías y de alta velocidad, con valoración del impacto energético y del resultado económico, incluyendo el desarrollo y contraste de modelos y simuladores parametrizables (ELECRAIL)”*: Alberto García Álvarez, M<sup>a</sup> del Pilar Martín Cañizares.